2026年度　一般選抜公立大学中期日程　〔データサイエンス学部〕　数学
出題の意図と解答の傾向

$\boxed{1}$（60点）

数学I・A・IIの幅広い単元から、基本的な知識を身に付け活用することができるかを問う問題を出題した。

【解答】

(1) ア：$2x^2 - 4x + 5$

(2) イ：-4　ウ：$3x - 1$

(3) エ：$\sqrt{19}$　オ：$\dfrac{\sqrt{57}}{3}$　カ：$\dfrac{21\sqrt{3}}{4}$

(4) キ：$\dfrac{5 - \sqrt{13}}{2}$

【解答の傾向】

各単元における基本的な知識を活用することにより解くことができる。(2) や (3) の前半については、計算ミスと思われる解答もあったが、正答が比較的多かった。(1) では元の2次関数の頂点との位置関係を調べようとして計算ミスに繋がっていると思われる解答が散見された。(4) はやや正答が少なかった。一見すると見慣れない問題設定かもしれないが、図を描いて考えると基本的な知識で解くことができる。落ち着いて各段階に対処することを心がけたい。また、(1) で2乗の表記が抜けていたり、(2) で符号を書き忘れていたりしている解答も見られた。

$\boxed{2}$（70点）

数学A「場合の数と確率」、数学B「確率分布と統計的な推測」からの出題である。問題文で与えられた条件を正しく読み取り、適切に整理することができるかを問う出題とした。

【解答】

(1) 右向きに進むことを →、上向きに進むことを↑で表すことにすると、A から B までの最短経路は →5 個、↑4 個を一列に並べる場合の数に等しいから、${}_9\mathrm{C}_5 = 126$ 通り。

(2) (1) と同様に、A から C の左の地点に到達する道順が ${}_2\mathrm{C}_1 = 2$ 通り、C の右の地点から B に到達する道順が ${}_6\mathrm{C}_3 = 20$ 通りあるので、$2 \times 20 = 40$ 通り。

(3) (2) と同様に、D 地点を通る道順は ${}_5\mathrm{C}_2 \times {}_3\mathrm{C}_2 = 30$ 通り。

また、C 地点と D 地点をともに通る道順は ${}_2\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_2 = 6$ 通り（C の右側の地点から D の左側の地点までの道順は 1 通りであることに注意）。

よって、C 地点、D 地点の一方だけを通る道順は $40 + 30 - 2 \times 6 = 58$ 通りであり、C 地点も D 地点も通らない道順は $126 - (6 + 58) = 62$ 通りである。

よって求める期待値は $0 \times \dfrac{62}{126} + 1 \times \dfrac{58}{126} + 2 \times \dfrac{6}{126} = \dfrac{70}{126} = \dfrac{5}{9}$.

（別解）C 地点で拾うコインの枚数、D 地点で拾うコインの枚数を $X_1,\ X_2$ とする（それぞれ 0 または 1 をとる）と拾うコインの枚数は $X_1 + X_2$ であり、$E(X_1) = 1 \cdot P(X_1) = \dfrac{40}{126}$, $E(X_2) = 1 \cdot P(X_2) = \dfrac{30}{126}$ である。期待値の性質より求める期待値は $E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \dfrac{70}{126} = \dfrac{5}{9}$.

【解答の傾向】

(1), (2) は正答が比較的多かったが、問題の状況を正しく把握できていない解答やケアレスミスが一定程度見られた。例えば、最短距離で行く道順について右向きに 6 回、上向きに 5 回進むと考えている答案や、交差点の数ごとに道順の数が 2 倍になると考えている答案があった。確率の問題では特に、必要に応じて図や表などを用いて正確な状況把握をする練習をしておくとよい。

(3) は枚数の確率分布を求めようとしている答案がほとんどであった。2 地点をともに通る場合の数は正しく求められているものが多かったが、1 地点のみを通る場合の数を求める際に重複の処理を正しくできていないものが多かった。なお、別解に示すように、期待値の性質を用いると 2 つの地点を別々に取り扱うことができる。やや思いつきづらかったかもしれないが、便利な性質なので抑えておきたい。

$\boxed{3}$（70 点）

数学 II「不等式の証明」「微分法」からの出題で、相加平均と相乗平均の関係及びその一般化を題材とした。(1) は式の変形によって平方の形を作ることで示すことができる。(2) の関数 $f(x)$ に $x=a$ を代入すると (3) の 2 数の差が得られることに着目し、微分を用いて $f(x)$ の増減を把握することで (3) の大小関係が得られる。

【解答】

(1) $\left(\dfrac{a^2}{2}+\dfrac{b^2}{2}\right)-ab=\dfrac{a^2+b^2-2ab}{2}=\dfrac{1}{2}(a-b)^2\geqq 0$ であるから、$\dfrac{a^2}{2}+\dfrac{b^2}{2}\geqq ab$ が成り立つ。

(2) $f(x)=\dfrac{1}{p}x^p+\dfrac{1}{q}b^q-bx$ を微分し、$f'(x)=x^{p-1}-b=g(x)$ を得る。

$g'(x)=(p-1)x^{p-2}$ であり、$p-1\geqq 1>0$、かつ $x>0$ より $x^{p-2}>0$ なので、$x>0$ において $g'(x)>0$ が成り立つ。

したがって、$x>0$ において x が増加すると $g(x)$ は増加する。

(3) $g(x)$ を用い、$f(x)$ の増減表を考える。$g(x)=0$ を解くと、$x^{p-1}-b=0$ から $x=b^{\frac{1}{p-1}}$ である。$g(x)$ は $x>0$ において単調増加なので、 $x<b^{\frac{1}{p-1}}$ で $g(x)$ は負、$x>b^{\frac{1}{p-1}}$ では $g(x)$ は正である。これより $f(x)$ の増減は次のようになる。

x	0	$\cdots$	$b^{\frac{1}{p-1}}$	$\cdots$
$f'(x)=g(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		↘	極小	↗

$\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}=1$ より $q=\dfrac{p}{p-1}$ が成り立つことに注意すると、$f(x)$ の最小値は

$$\begin{aligned}f(b^{\frac{1}{p-1}})&=\frac{1}{p}(b^{\frac{1}{p-1}})^p+\frac{1}{q}b^q-b\cdot b^{\frac{1}{p-1}}=\frac{1}{p}b^{\frac{p}{p-1}}+\frac{p-1}{p}b^{\frac{p}{p-1}}-b^{\frac{1}{p-1}+1}\\&=\frac{1}{p}b^{\frac{p}{p-1}}+\frac{p-1}{p}b^{\frac{p}{p-1}}-b^{\frac{p}{p-1}}=0.\end{aligned}$$

よって、$f(x)$ は $x>0$ において 0 以上であり、特に $f(a)=\dfrac{1}{p}a^p+\dfrac{1}{q}b^q-ba\geqq 0$ が成り立つ。これより、$\dfrac{1}{p}a^p+\dfrac{1}{q}b^q\geqq ab$ を得る。

【解答の傾向】

(1) は解答にあるように容易な式変形で示せるが、示すべき式である $\left(\dfrac{a^2}{2}+\dfrac{b^2}{2}\right)-ab \geqq 0$ から出発して式変形する解答が多々見られた。これは示すべき式を書き変えるだけで、いずれにせよ、$(a-b)^2$ の形を作るか、相加平均と相乗平均の関係が必要になる。こうした問題では、「2 数の差を変形し 0 以上であることを示す」方針が解答の基本になる。

(2) では関数 $f(x)=\dfrac{1}{p}x^p+\dfrac{1}{q}b^q-bx$ の微分がうまくできていない解答が多々見られた。変数 x で微分するので $\dfrac{1}{q}b^q$ は定数になり、微分すると 0 になる。$g(x)$ の単調性を把握することは (3) における増減表のための下準備の役になっている。

(3) が本大問の主題であり、相加平均と相乗平均の関係の一般化である。(2) の $g(x)$ を用い、$f(x)$ の増減表を書き、極小かつ最小になる $x=b^{\frac{1}{p-1}}$ を調べると、$f(b^{\frac{1}{p-1}})=0$ となり、$f(x) \geqq 0$ を示せる。$x>0$ なので正の数 a を代入しても $f(a) \geqq 0$ を得る。式を整理すると大小関係を得る。微分を用いて大小関係を把握する標準的な問題と考えられるが、この趣旨を理解したと思われる解答は少数であった。